Problema 9.2.2.

Transformaţi din limbaj natural în formule predicative afirmaţiile următoare, alegând corespunzător constantele, simbolurile de funcţii şi simbolurile de predicate.

1. Orice punct de pe bisectoarea interioară a unui unghi este egal depărtat de laturile unghiului.

D = **R**2

Constante: -

Simboluri de funcții: *~~f~~* ~~: D~~~~?~~~~→ D,~~ *~~f~~* ~~(...~~

Simboluri de Predicate: P: D4→ {T,F}, P(x,y,z,t) = „d(x,yz)=d(x,zt)”

Q: D4→ {T,F}, Q(x,y,z,t) = „x ∈ bisectoarei interioare a unghiului yzt”

(∀y) (∀z) (∀t) (∀x) ( Q(x,y,z,t) → P(x,y,z,t) )

Problema 9.2.3.

Să se evalueze formulele următoare în interpretările precizate:

1. U=(∀x)(∃y)(∀z) P(x, *f* (g(y),g(z)))

Interpretarea =<*D*,*m*>, unde:

*D* =**N** (mulţimea numerelor naturale)

*m*( *f* ): **N**2→**N**, ****;

*m*(*g*): **N**→ **N**, =*x*2;

*m*(*P*): **N**2→{T,F},„*x* = *y*”;

νI(U) = νI( (∀x)(∃y)(∀z) P(x, *f* (g(y),g(z))) ) = „∀x∈**N**, ∃y∈**N** a.î. ∀z∈**N** x = *y*2 + *z*2” = F

⇒ *I* este anti-model și U nu este tautologie

Problema 9.2.4.

Demonstraţi că formulele următoare nu sunt valide construind anti-modele pentru acestea:

5. U= (∀x) (P(x) ∨ Q(x)) → (∀x) P(x) ∨ (∀x) Q(x);

I1 = <D1,m1>

D1 = **N**

m(P): **N** → {T,F}, m(P)(x)=T

m(Q): **N** → {T,F}, m(Q)(x)=F

(U) = ((∀x) (P(x) ∨ Q(x)) → (∀x) P(x) ∨ (∀x) Q(x)) =

= (**(∀x) (**P(x) ∨ Q(x)**)**) → ( (∀x) P(x) ∨ (∀x) Q(x)) =

= ((∀x) (P(x) ∨ Q(x))) → ( ( (∀x) P(x)) ∨ ( (∀x) Q(x))) =

= „∀x∈**N**, T sau F” → („∀x∈**N**, T ” ∨ „∀x∈**N**, F ” ) = T → (T ∨ F ) = T → T = T

deci *I*1 este model, deci U este consistentă

I2 = <D2,m2>

D2 = {a,b}

m(P):{a,b} → {T,F}, m(P)(a)=T, m(P)(b)=T

m(Q):{a,b} → {T,F}, m(Q)(a)=F, m(Q)(b)=F

(U) = ((∀x) (P(x) ∨ Q(x)) → (∀x) P(x) ∨ (∀x) Q(x)) =

= ((∀x) (P(x) ∨ Q(x))) → ( (∀x) P(x) ∨ (∀x) Q(x)) =

= ((∀x) (P(x) ∨ Q(x))) → ( ( (∀x) P(x) ) ∨ ( (∀x) Q(x)) )=

=(m(P)(a) ∨ m(Q)(a)) ∧ (m(P)(b) ∨ m(Q)(b)) → ( (m(P)(a) ∧ m(P)(b)) ∨ (m(Q)(a) ∧ m(Q)(b)) )= =(T ∨ F) ∧ (T ∨ F) → ( (T ∧ T) ∨ (F ∧ F) )=

= T ∧ T → ( T ∨ F ) = T → T = T deci *I*2 este model, deci U este consistentă

I3 = <D3,m3>

D3 = **N**

m(P): **N** → {T,F}, m(P)(x)=”2|x”

m(Q): **N** → {T,F}, m(Q)(x)=”2 | x”

(U) = ((∀x) (P(x) ∨ Q(x)) → (∀x) P(x) ∨ (∀x) Q(x)) =

= ((∀x) (P(x) ∨ Q(x))) → ( (∀x) P(x) ∨ (∀x) Q(x)) =

= ((∀x) (P(x) ∨ Q(x))) → ( ( (∀x) P(x)) ∨ ( (∀x) Q(x))) =

= „∀x∈**N**, 2|x sau 2 | x” → („∀x∈**N**, 2|x ” ∨ „∀x∈**N**, 2 | x ” ) =

= T → ( F ∨ F) = T → F = F , deci *I*3 este anti-model, deci U este contingentă și nu este validă

Problema 9.2.5.

Alegeţi o interpretare arbitrară pentru formula *U* şi arătaţi că aceasta este model al formulei.

5. *U* =;

**Observaţie:** Toate formulele de la Problema 9.2.5. sunt valide.